# LE COSTRUZIONI DI GEOMETRIA PIANA

UNITÀ 3

## CONTENUTI

1. Costruzioni elementari di geometria piana
2. Cerchio
3. Triangoli
4. Curve, tangenze, raccordi
5. Curve cicliche
6. Applicazioni delle costruzioni di geometria piana

## Prerequisiti

- Conoscere e saper usare correttamente gli strumenti per il disegno tecnico e geometrico.
- Conoscere e saper applicare le convenzioni grafiche di base.

## Risultati attesi

- Saper applicare ed utilizzare le costruzioni geometriche per il disegno di modelli teorici o di oggetti reali.

# 1. COSTRUZIONI ELEMENTARI DI GEOMETRIA PIANA

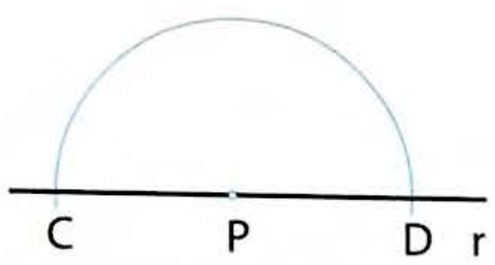
## PERPENDICOLARI

### Ricorda che...

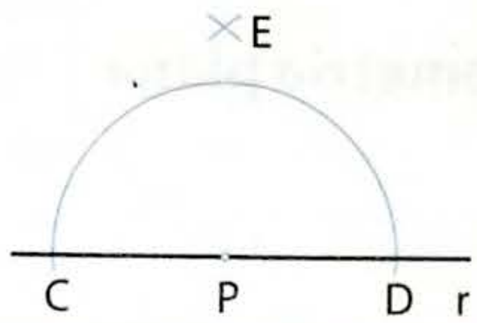
Due rette vengono definite perpendicolari, o ortogonali, se intersecandosi formano angoli retti.

### 1 Disegnare la perpendicolare passante per un punto P generico di una retta

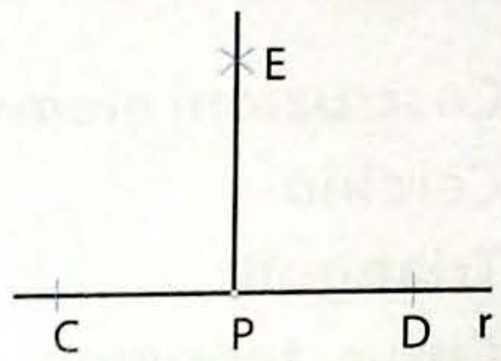
**1** Con apertura del compasso a piacere fare centro in P e tracciare un arco di circonferenza sino a trovare le intersezioni con la retta data nei punti C e D.




**2** Con apertura del compasso a piacere fare centro in C e successivamente in D tracciando due archi di circonferenza intersecantisi nel punto E.

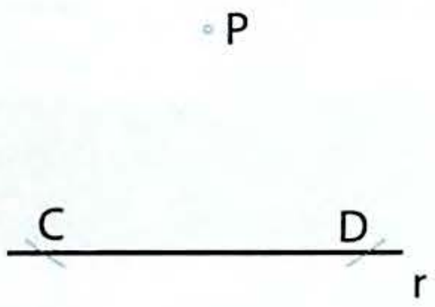



**3** Disegnando la retta passante per i punti P e E si ottiene la perpendicolare cercata.

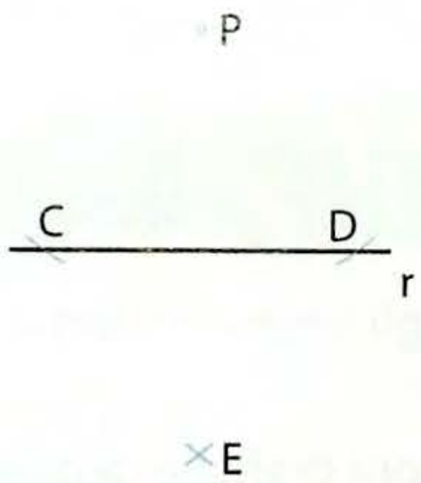



### 2 Disegnare la perpendicolare passante per un punto P esterno a una retta

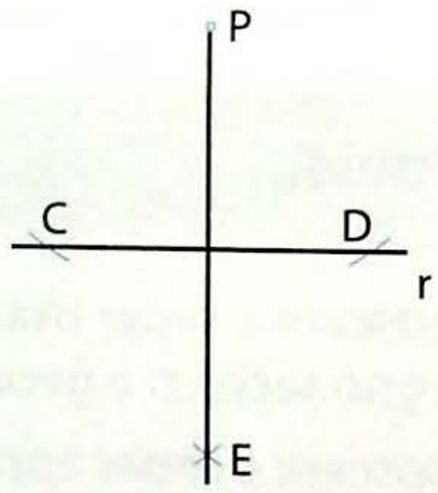
**1** Con centro in P e apertura del compasso maggiore della distanza tra questo e la retta data, tracciare un arco di circonferenza sino a trovare i punti C e D di intersezione con la retta.




**2** Con apertura del compasso a piacere fare centro in C e successivamente in D tracciando due archi di circonferenza in direzione opposta al punto P, intersecantisi nel punto E.

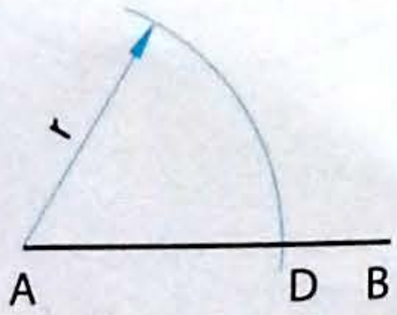



**3** Disegnando la retta passante per i punti P e E si ottiene la perpendicolare cercata.



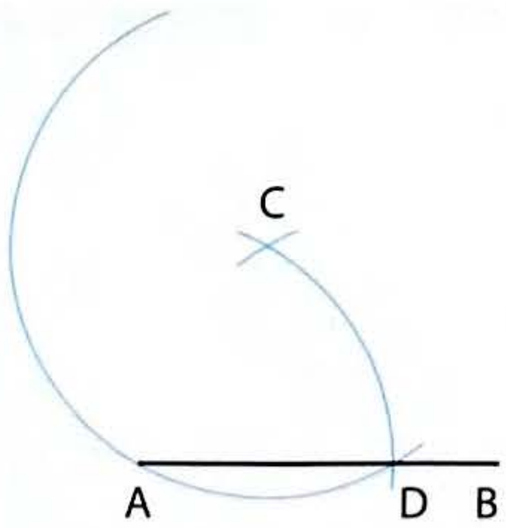

### 3 Disegnare la perpendicolare passante per l'estremo di A di un segmento dato

**1** Con apertura del compasso a piacere e centro in A tracciare un arco di circonferenza sino a incontrare il segmento nel punto D.

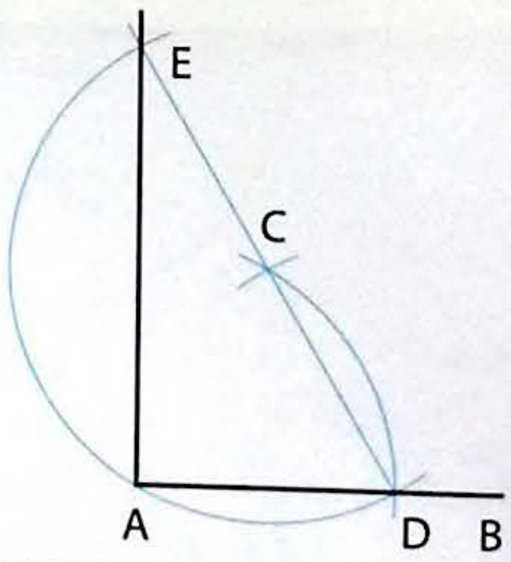



**2** Con uguale apertura e centro in D tracciare un arco di circonferenza sino a trovare nel punto C l'intersezione con l'arco precedente.

**3** Con apertura CD e centro in C, tracciare un arco di circonferenza.

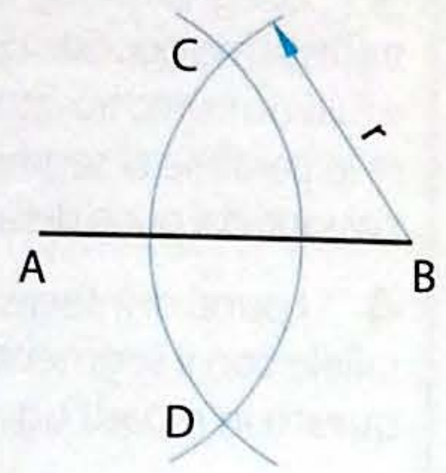



**4** Disegnare la retta passante per i punti D e C sino a trovare l'intersezione con l'arco precedentemente tracciato nel punto E; la retta passante per i punti A e E rappresenta la perpendicolare cercata.

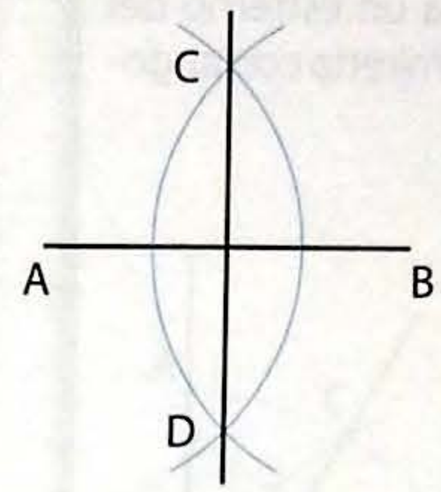


## 4 Disegnare la perpendicolare passante per il punto medio di un segmento AB

**1** Con apertura del compasso superiore alla metà del segmento, fare centro in A e successivamente in B tracciando due archi di circonferenza intersecantisi nei punti C e D.




**2** La retta passante per i punti C e D è la perpendicolare cercata, mentre il punto di intersezione tra la retta e il segmento AB è il punto medio.



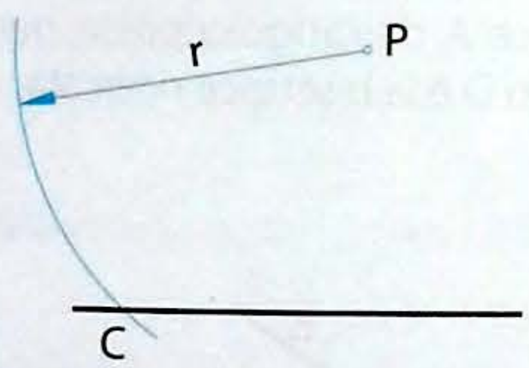

# PARALLELE

### Ricorda che...

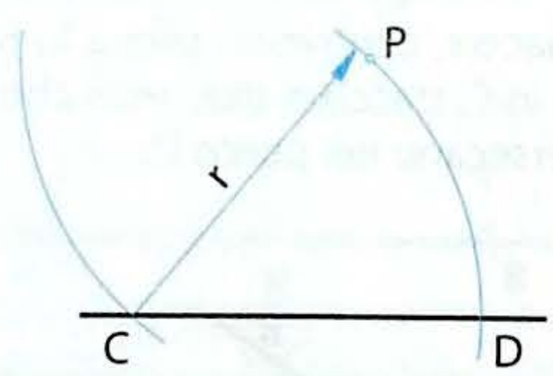
Due rette sono parallele quando sono situate in un medesimo piano e non hanno alcun punto comune.

## 5 Disegnare la parallela passante per un punto P esterno a una retta

**1** Con centro in P e apertura del compasso superiore alla distanza tra P e la retta, tracciare un arco di circonferenza che intersecando la retta determina il punto C.

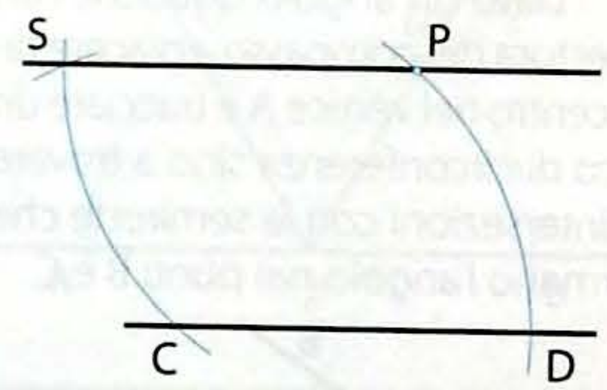



**2** Con uguale apertura e centro in C tracciare un arco di circonferenza passante per il punto P, determinando il punto D sulla retta.




**3** Con apertura DP, fare centro in C e tracciare un arco che determina il punto S.

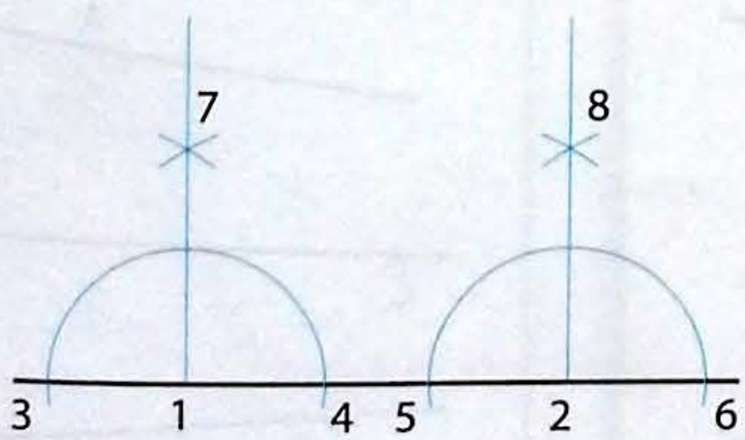
**4** La retta passante per i punti P e S è la parallela alla retta data.



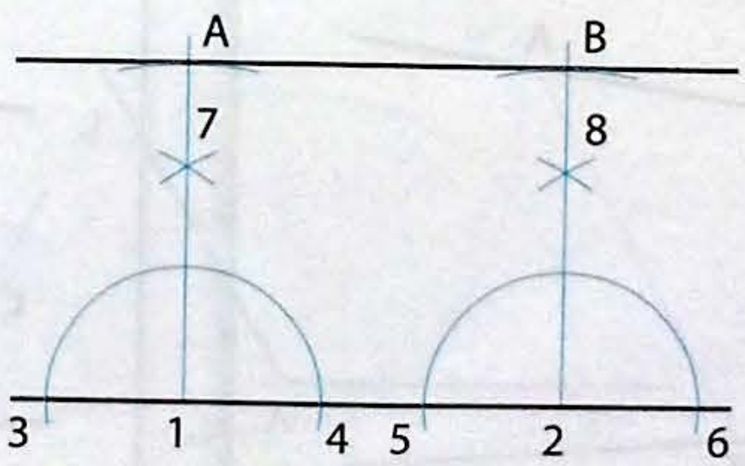

## 6 Disegnare la parallela a una retta data alla distanza richiesta

**1** Scelti due punti 1 e 2 a caso sulla retta, con apertura a piacere fare centro prima in 1 e poi in 2 tracciando due archi di circonferenza sino a trovare l'intersezione con la retta nei punti 3 - 4 - 5 - 6.

**2** Sempre con apertura a piacere tracciare degli archi di circonferenza con centro nei punti precedenti, trovando alle intersezioni i punti 7 e 8 e disegnare le perpendicolari passanti per i punti 1 - 7 e 2 - 8.



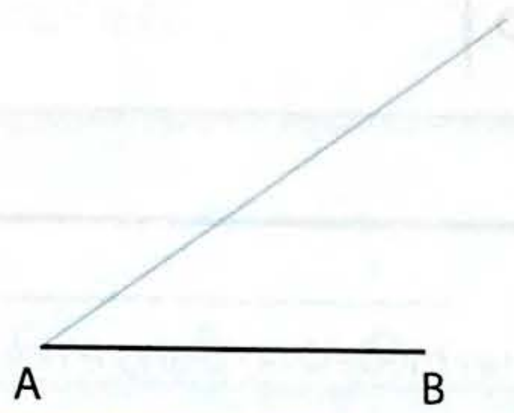

**3** Con apertura del compasso uguale alla distanza richiesta e centro prima in 1 e poi in 2 si trovano le intersezioni con le perpendicolari nei punti A e B; la retta passante per i punti A e B è la parallela della retta data alla distanza richiesta.



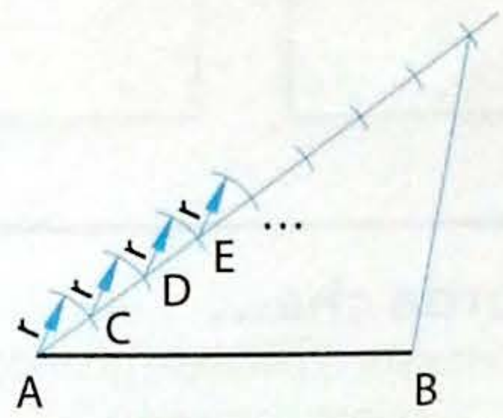
## SEGMENTI E ANGOLI

### 7 Dividere un segmento AB dato in *n* parti uguali

**1** Disegnare da un estremo del segmento una semiretta con angolo qualsiasi.

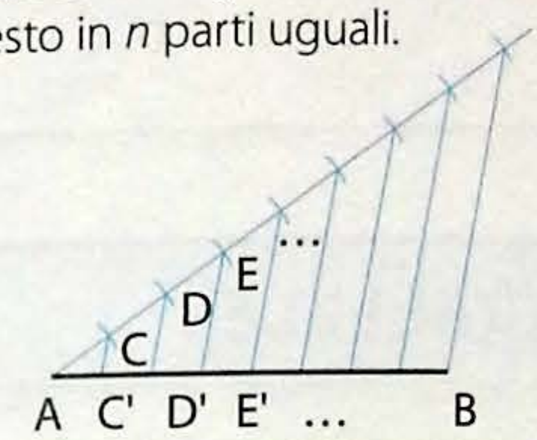



**2** Con apertura del compasso a piacere riportare dall'estremo una serie di archi, intersecanti la semiretta, in numero uguale alle *n* parti richieste.




**3** Disegnare il segmento di unione tra l'estremo opposto del segmento AB e l'ultimo punto trovato, quindi riportare le parallele al segmento disegnato passanti dai punti della semiretta..

**4** I punti di intersezione delle parallele con il segmento AB dividono questo in *n* parti uguali.

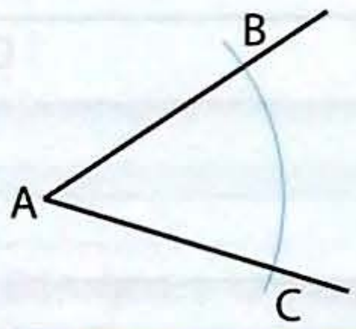



## BISETTRICE

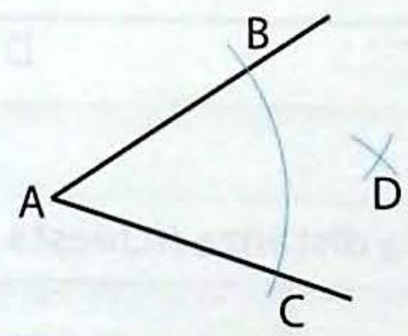
**Ricorda che...**
La bisettrice è la semiretta che divide un angolo in due parti uguali. È il luogo geometrico dei punti equidistanti dai lati che racchiudono l'angolo.

### 8 Disegnare la bisettrice di un angolo qualsiasi

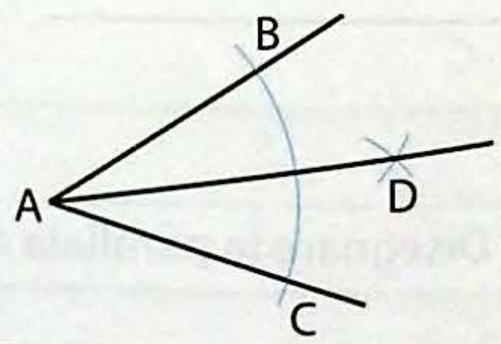
**1** Dato un angolo qualsiasi, con apertura del compasso a piacere fare centro nel vertice A e tracciare un arco di circonferenza sino a trovare le intersezioni con le semirette che formano l'angolo nei punti B e C.




**2** Con apertura del compasso a piacere, centrando prima in B e poi in C, tracciare due archi che si intersecano nel punto D.

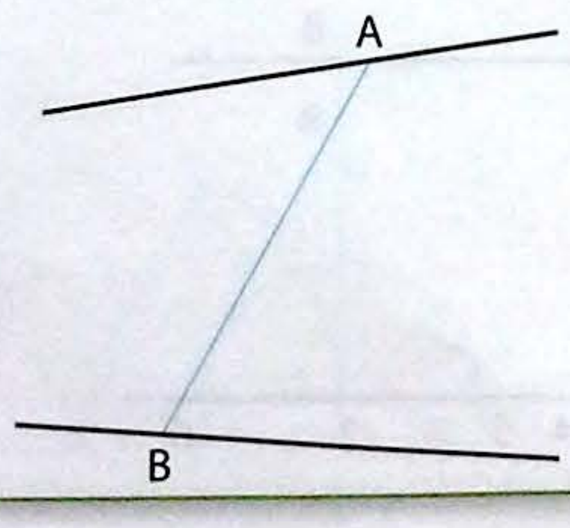



**3** La semiretta che partendo dal vertice A dell'angolo passa per il punto D è la bisettrice ricercata.

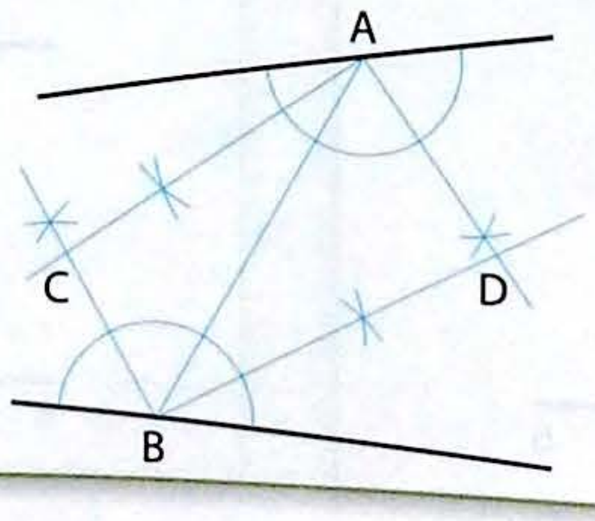



### 9 Disegnare la bisettrice di un angolo con vertice inaccessibile (si dice che il vertice è inaccessibile quando non cade nei limiti del disegno)

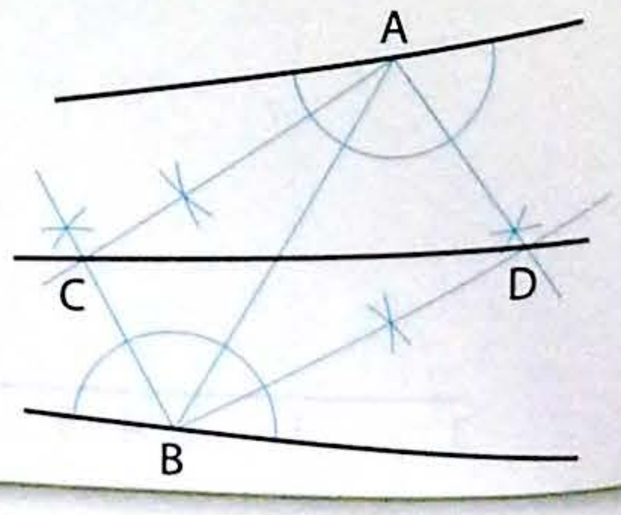
**1** Scelti sulle rette due punti, A per una e B per l'altra, si disegna il segmento AB.




**2** La costruzione delle bisettrici dei quattro angoli formati dalle rette con il segmento determina due punti di intersezione C e D.

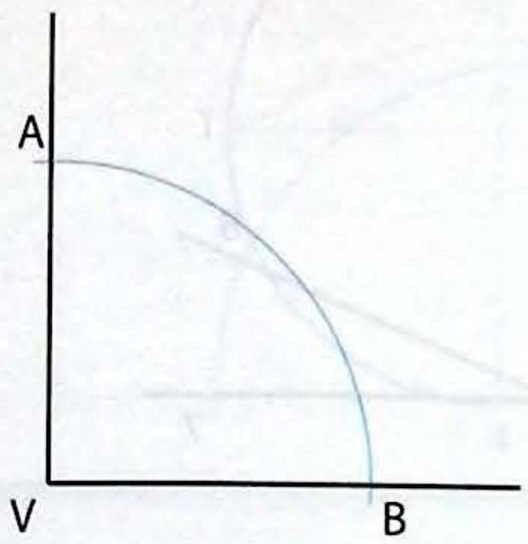



**3** La retta passante per i punti C e D è la bisettrice ricercata.

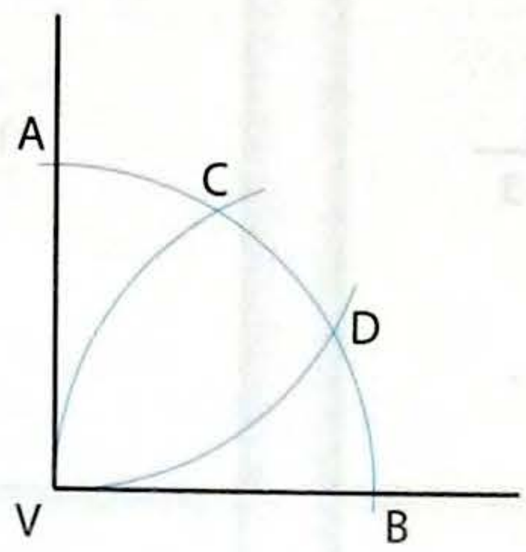


## 10 Disegnare la trisezione (divisione di un angolo in tre parti uguali) di un angolo retto

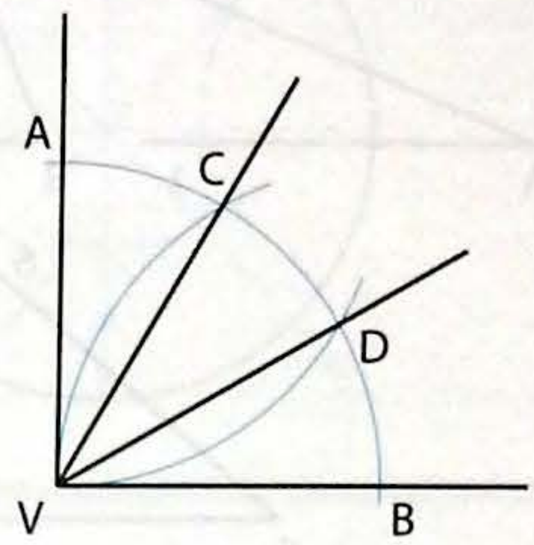
**1** Con apertura del compasso a piacere e centro in V tracciare un arco di circonferenza sino a trovare le intersezioni con le semirette formanti l'angolo nei punti A e B.




**2** Con apertura del compasso uguale alla distanza tra i punti trovati e il vertice, fare centro prima in A e poi in B e tracciare due archi sino all'intersezione con l'arco precedentemente disegnato, individuando i punti C e D.



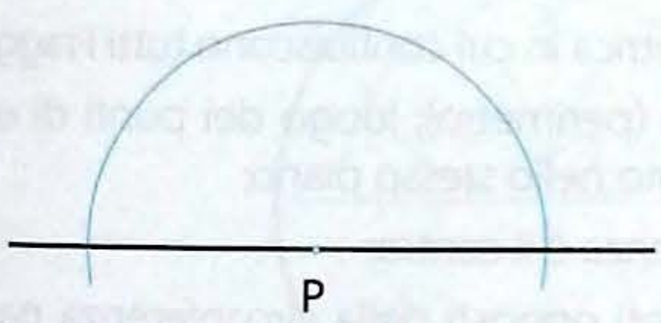

**3** Le semirette che partono dal vertice V e passano per i punti C e D risolvono il problema.



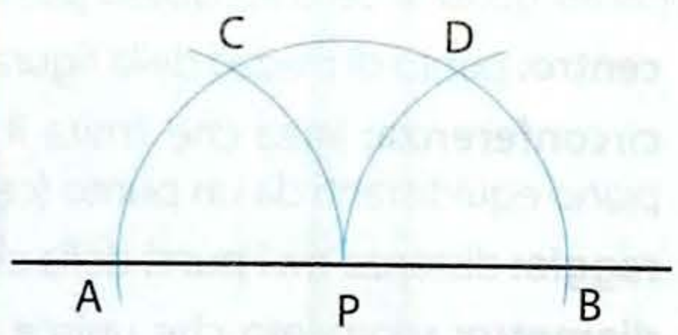

## 11 Disegnare la trisezione di un angolo piatto

Con costruzione analoga alla 10 si ricava la trisezione di un angolo piatto.

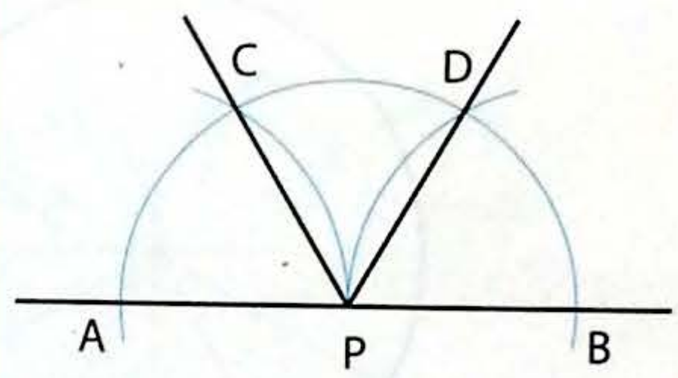
**1**




**2**

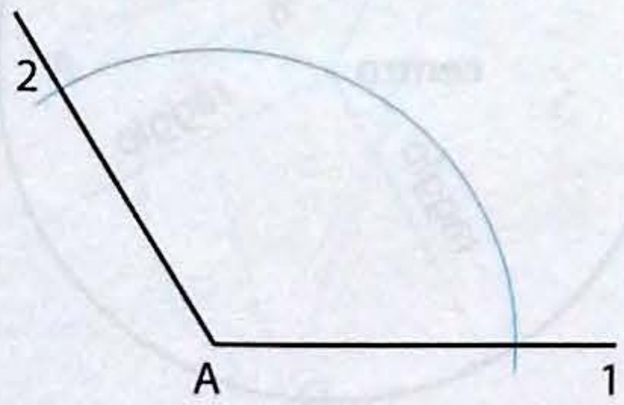



**3**



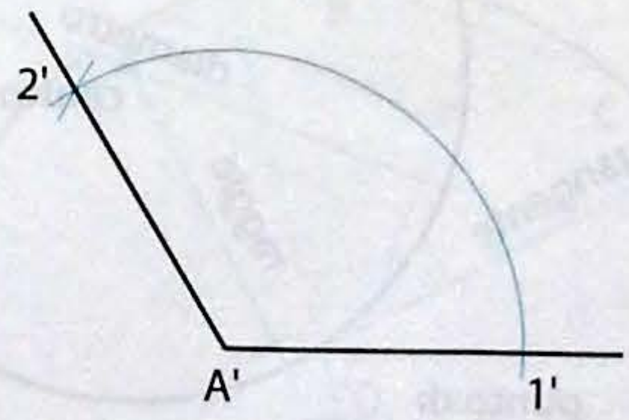

## 12 Costruire un angolo uguale a un angolo dato

**1** Con centro nel vertice A e apertura del compasso a piacere si traccia sull'angolo dato un arco di circonferenza, sino all'intersezione con le semirette dello stesso nei punti 1 e 2.



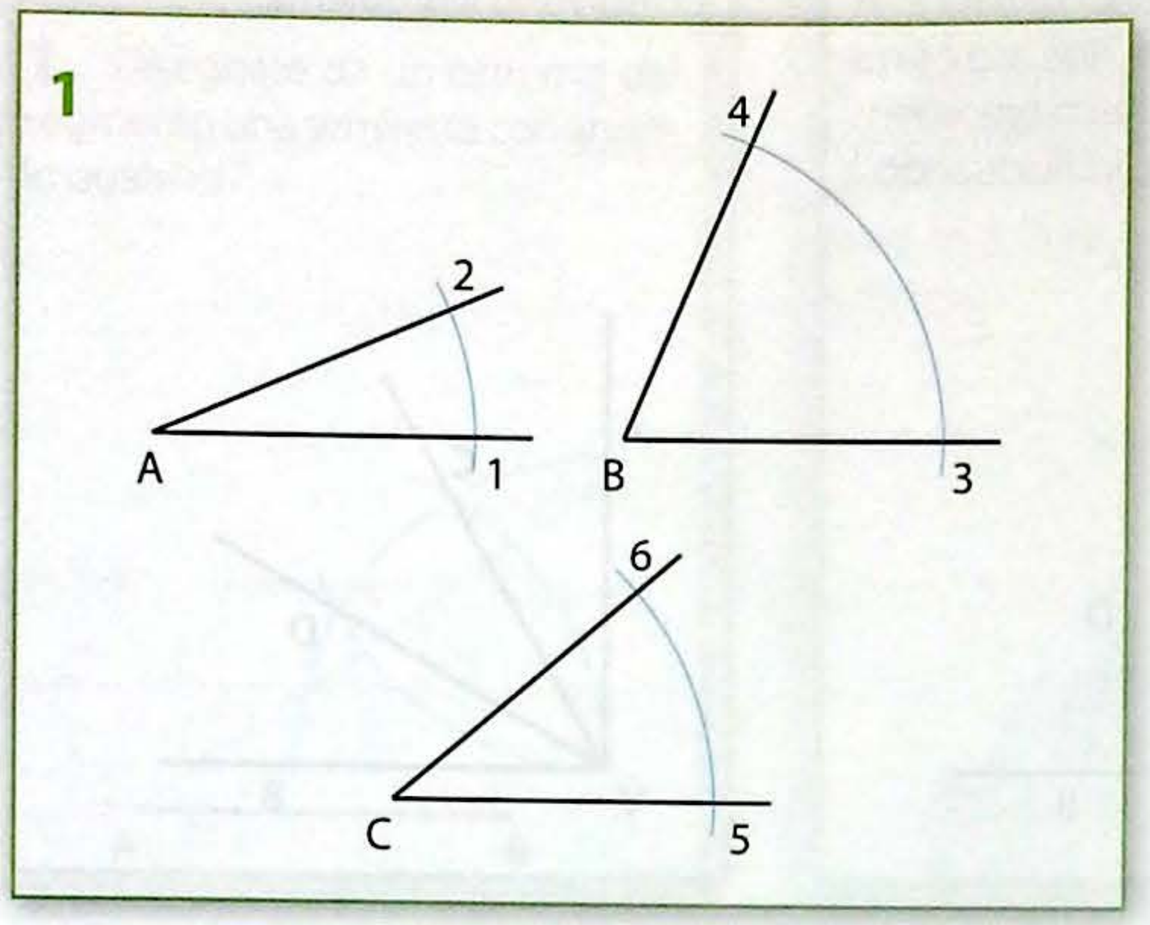

**2** Disegnata una semiretta, centrare in A' e tracciare con l'apertura precedente un arco di circonferenza, che interseca la semiretta nel punto 1.

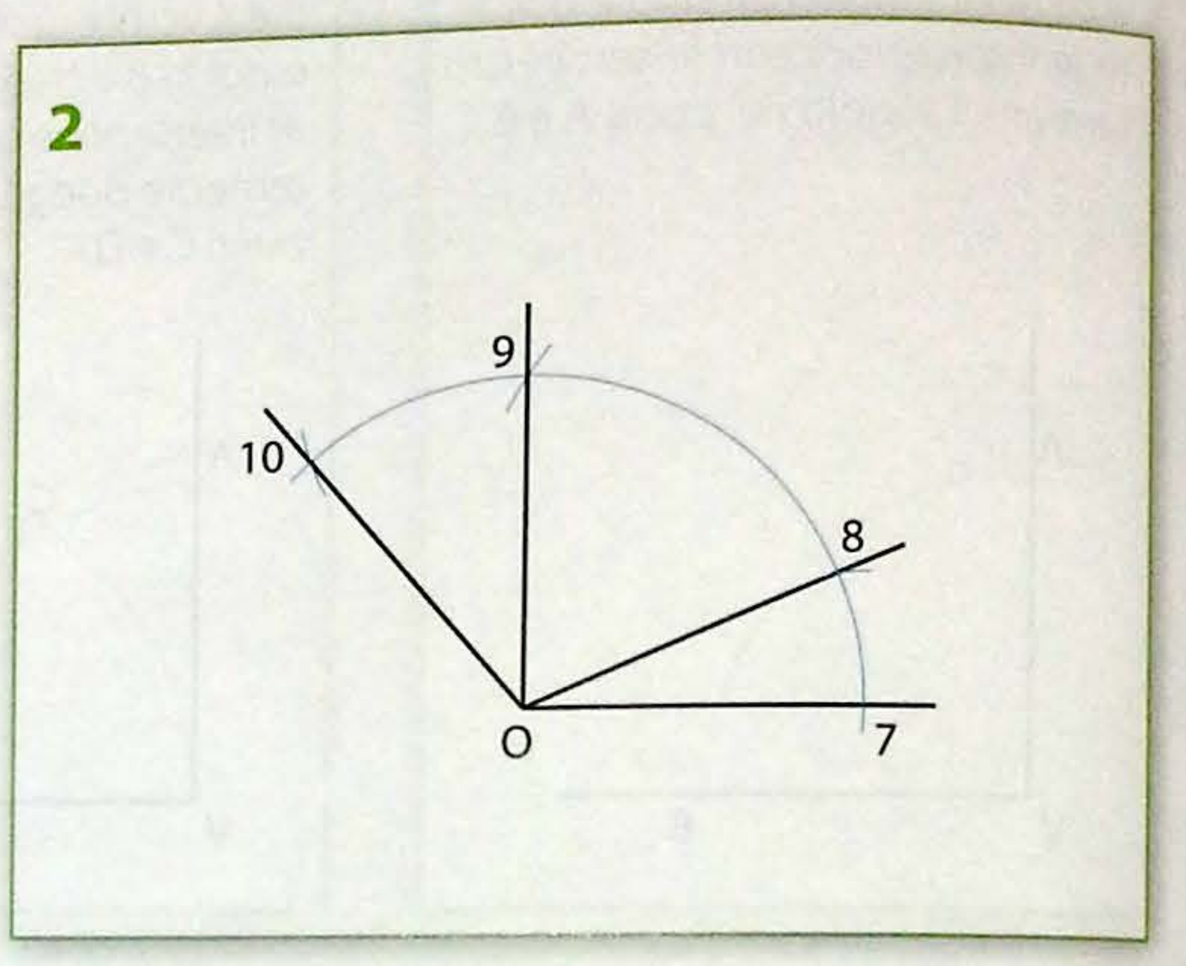
**3** Con apertura 1 - 2, fare centro in 1' e tracciare un arco trovando l'intersezione con l'arco precedentemente disegnato nel punto 2'; la semiretta che partendo dal punto A' passa per il punto 2' definisce l'angolo ricercato.



## 13 Eseguire la somma di due o più angoli

L'esecuzione dell'esercizio si basa sull'applicazione della costruzione precedente, riprodotta due o più volte. Per agevolare l'esecuzione grafica è conveniente mantenere la stessa apertura durante il tracciamento degli archi di costruzione.



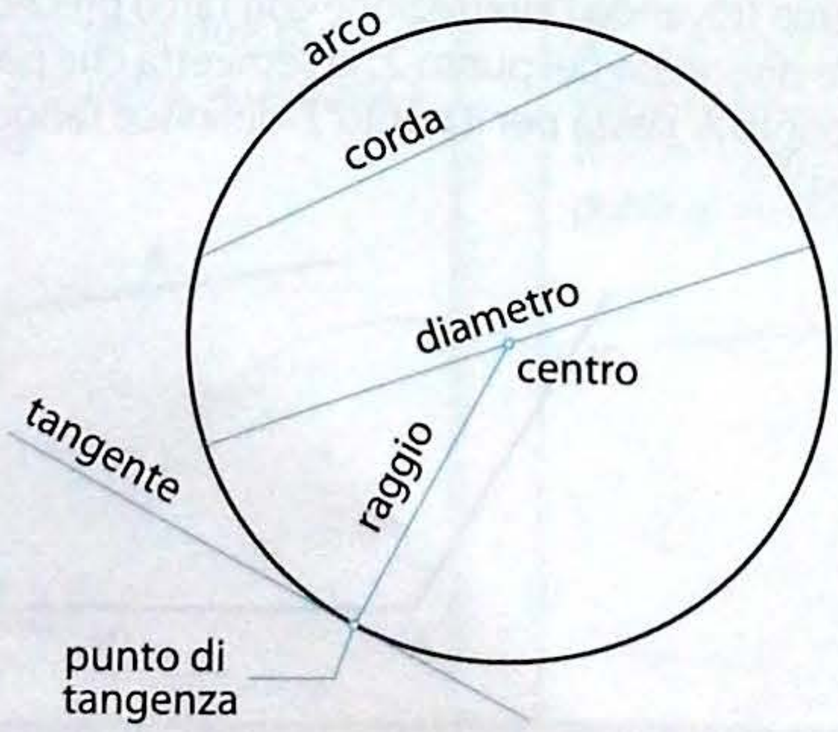

# 2. CERCHIO

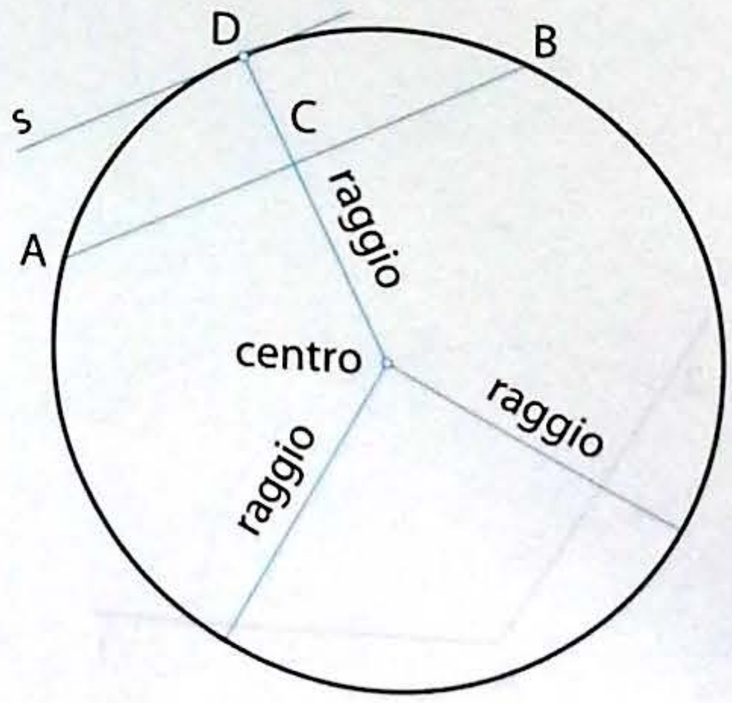
## CERCHIO

### Ricorda che...

Il cerchio è la parte di una superficie piana limitata da una circonferenza. Come si è visto nelle costruzioni precedenti, è fondamentale conoscere gli elementi che appartengono al cerchio; questi possono essere così definiti:

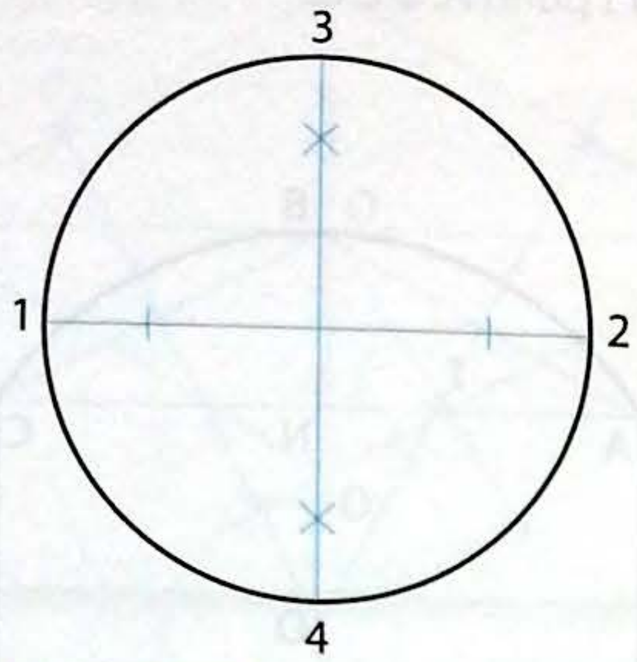
- **centro:** punto di mezzo della figura geometrica in cui confluiscono tutti i raggi;
- **circonferenza:** linea che limita il cerchio (perimetro); luogo dei punti di un piano equidistanti da un punto (centro) dato nello stesso piano;
- **raggio:** distanza tra i punti della circonferenza e il centro;
- **diametro:** segmento che unisce due punti opposti della circonferenza passando per il centro;
- **semicirconferenza:** porzione della circonferenza compresa tra gli estremi del diametro;
- **corda:** segmento che unisce le estremità di un arco senza passare per il centro;
- **tangente:** retta che incontra la circonferenza in un unico punto. Proprietà della tangente è di essere perpendicolare al raggio condotto dal centro al punto di tangenza. La definizione di tangente può essere estesa a qualsiasi altra curva che non sia la circonferenza.



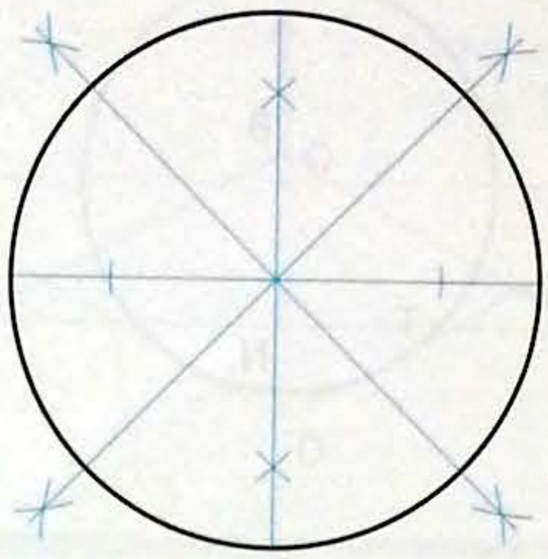



## 1 Dividere la circonferenza in otto parti uguali

**1** Disegnata la circonferenza e il segmento orizzontale corrispondente al diametro, si trovano i punti 1 e 2. Attraverso la costruzione della perpendicolare passante per il punto medio (centro) del segmento, si determinano poi i punti 3 e 4.

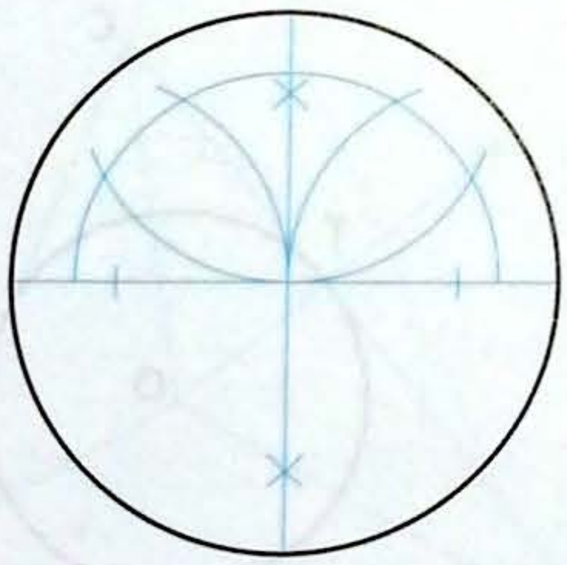



**2** Costruendo le bisettrici degli angoli delimitati dai diametri disegnati, si definiscono i successivi quattro punti che permettono di dividere la circonferenza in otto parti uguali.

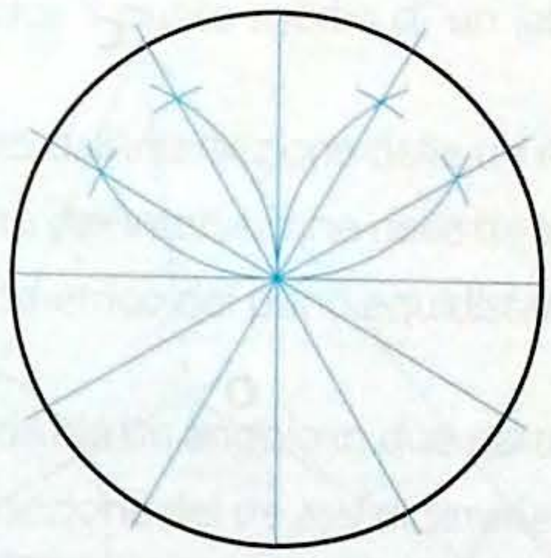


## 2 Dividere la circonferenza in dodici parti uguali

**1** Procedendo con la costruzione esposta nell'esempio precedente si disegnano i due diametri principali.



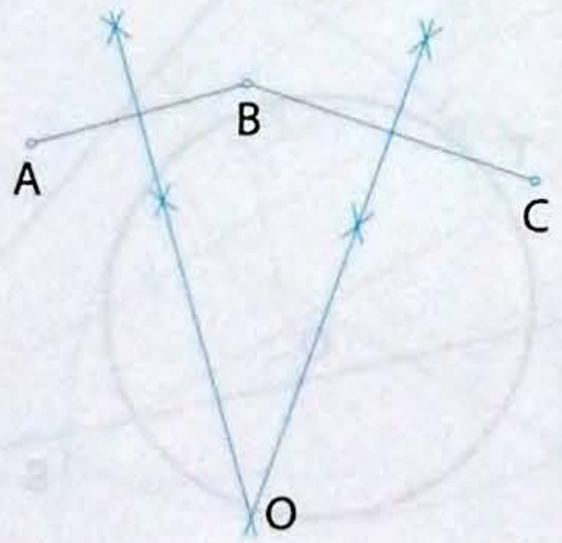
**2** Utilizzando la costruzione della trisezione per gli angoli retti formati dai suddetti diametri, si ricavano altri otto punti che, aggiunti ai quattro individuati dalle perpendicolari iniziali, permettono di dividere la circonferenza in dodici parti uguali.



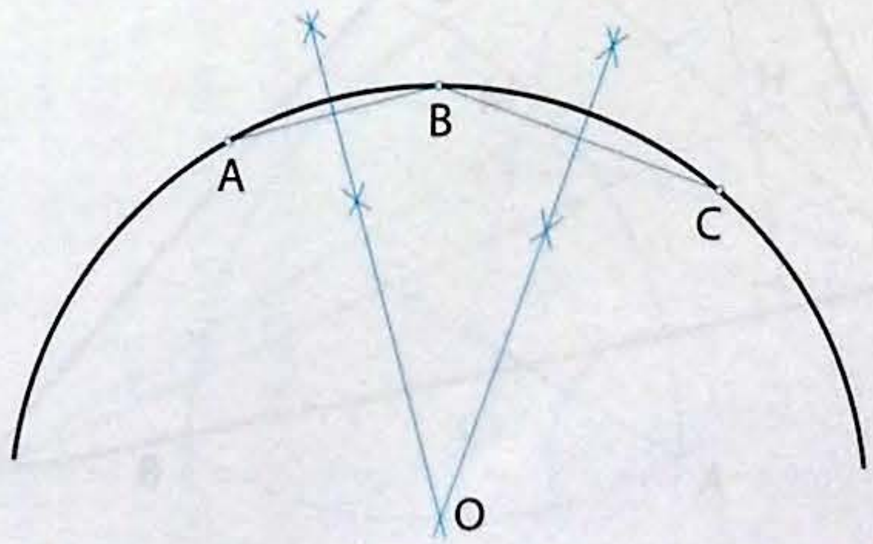
Con le precedenti costruzioni vengono disegnati i poligoni regolari corrispondenti a ottagono e dodecagono, quando è data la dimensione del cerchio che li circoscrive.

## 3 Disegnare la circonferenza passante per tre punti A-B-C dati

**1** Disegnati i segmenti AB e BC, si ricavano le rispettive perpendicolari passanti per i punti medi.

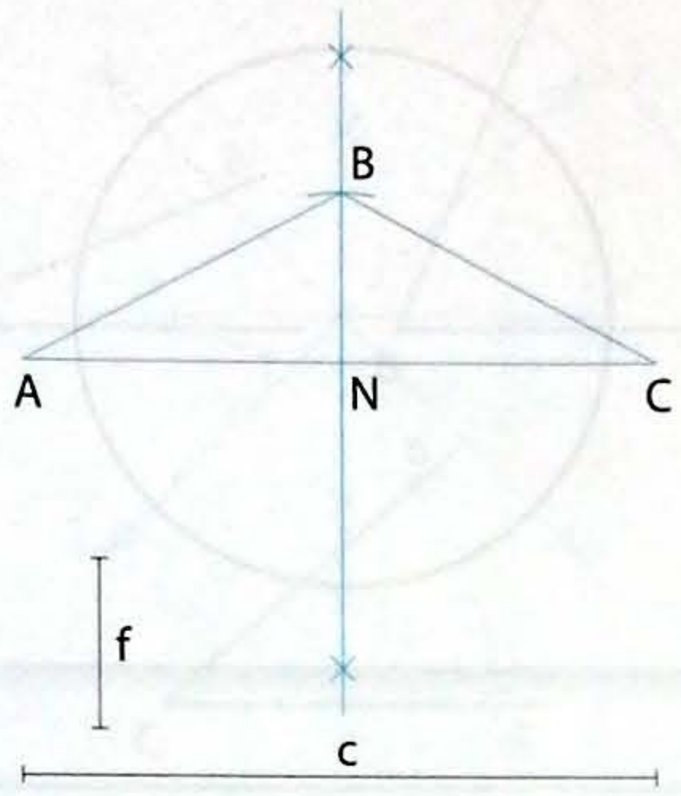



**2** Il punto O di intersezione delle perpendicolari è il centro della circonferenza passante per i tre punti dati.

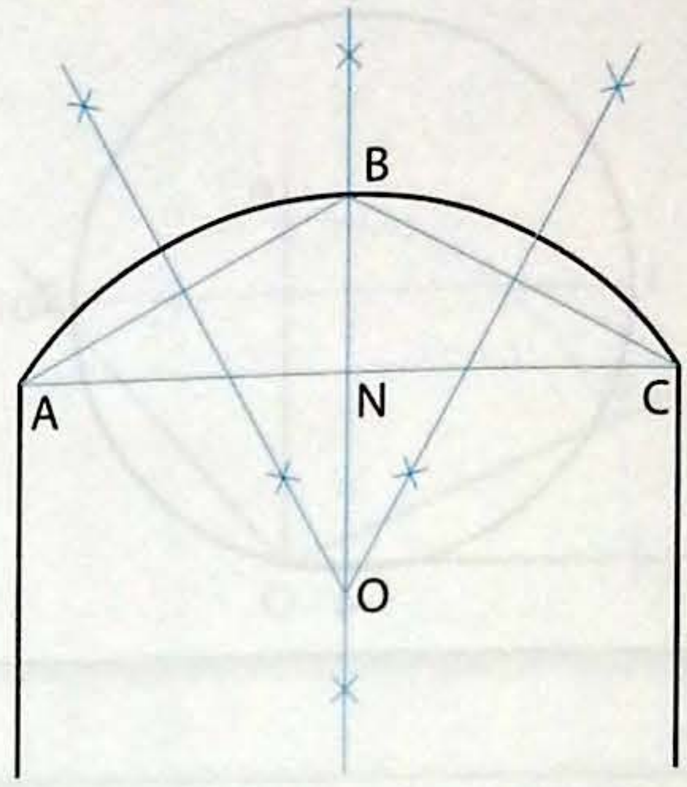


## 4 Costruire un arco a sesto ribassato date la corda e la freccia, che è la distanza verticale fra la chiave di volta e la corda di un arco

**1** Disegnare la corda AC e nel suo punto medio la perpendicolare, sulla quale viene riportata la lunghezza NB della freccia; disegnare i segmenti AB e CB.

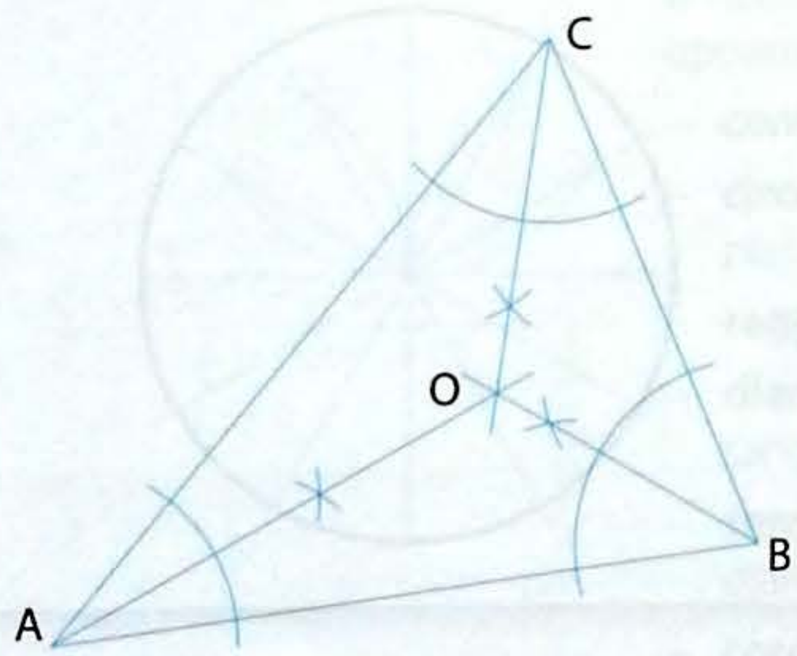



**2** Si costruiscono le perpendicolari che passano per i punti medi dei segmenti AB e BC, per trovare nella loro intersezione il punto O, origine dell'arco di circonferenza passante per i punti A, B e C.

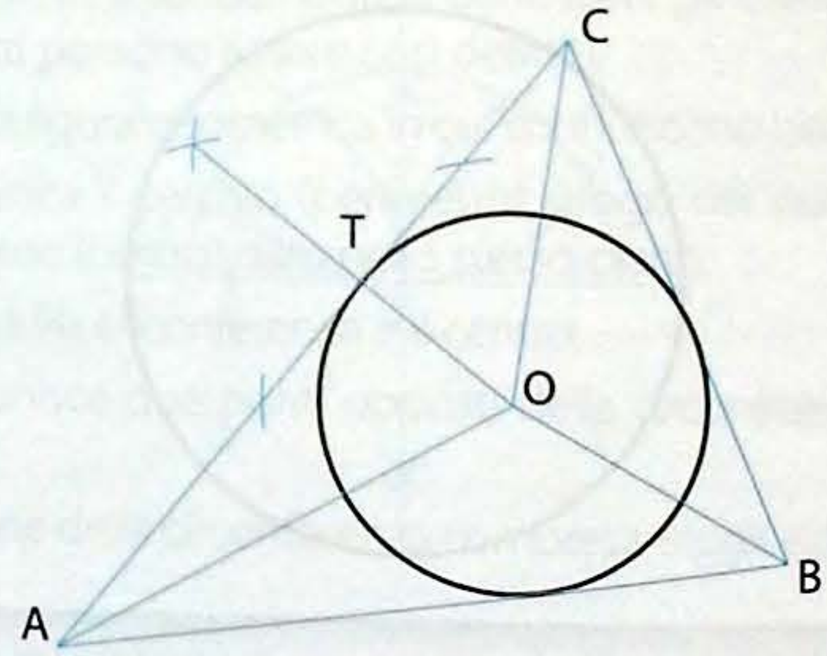



## 5 Inscrivere una circonferenza in un triangolo qualsiasi

**1** Disegnato un triangolo ABC qualsiasi, costruirne le bisettrici; nella loro intersezione verrà individuato l'incentro O.

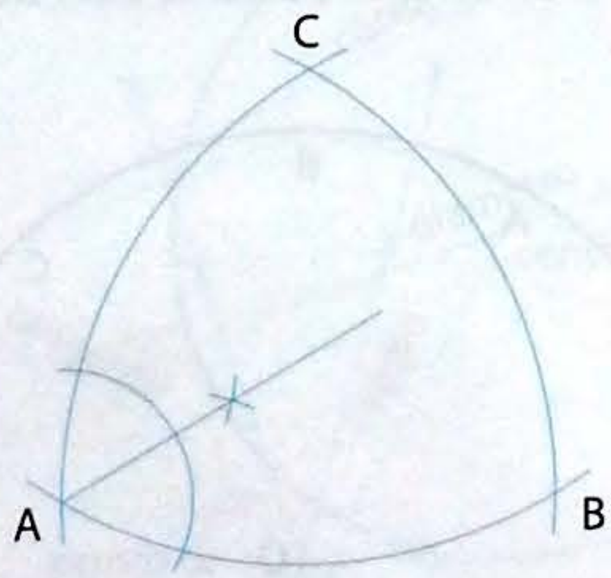



**2** Dall'incentro O viene costruita la perpendicolare a un lato che individua sul lato stesso il punto T di tangenza della circonferenza inscritta.

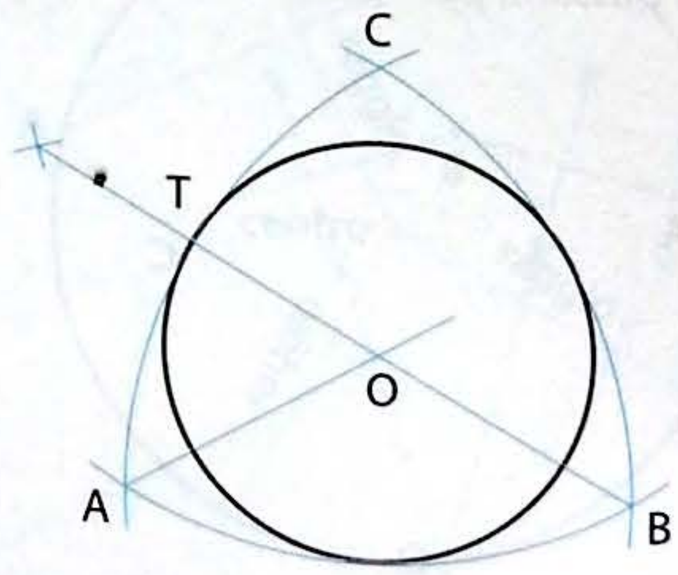



## 6 Inscrivere una circonferenza in un triangolo equilatero curvilineo

**1** Dato un triangolo equilatero curvilineo, vengono costruite le bisettrici dei suoi angoli.

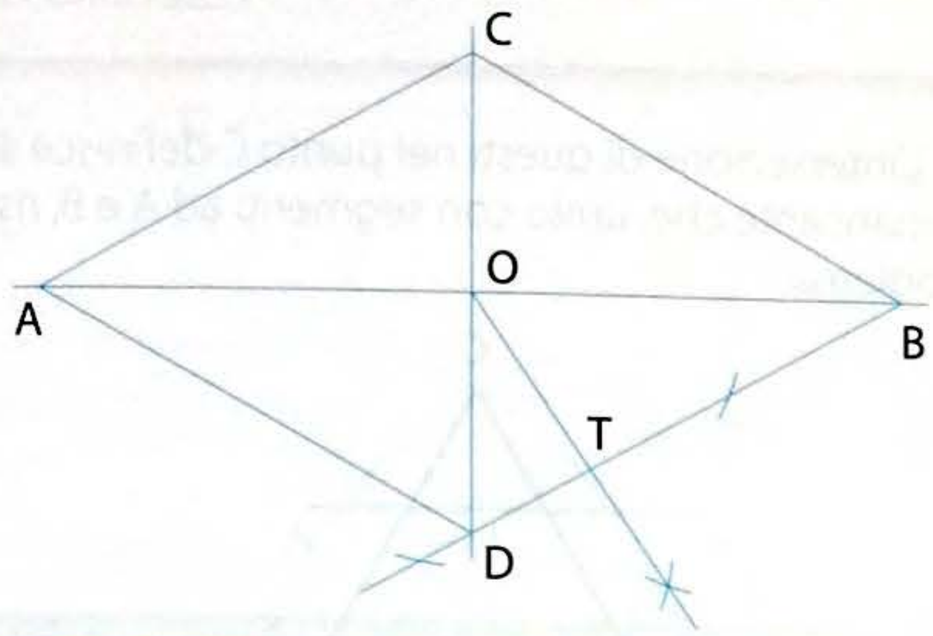



**2** Il prolungamento delle stesse bisettrici sui lati curvi, oltre la loro intersezione centrale, fornisce il punto T di tangenza della circonferenza inscritta.

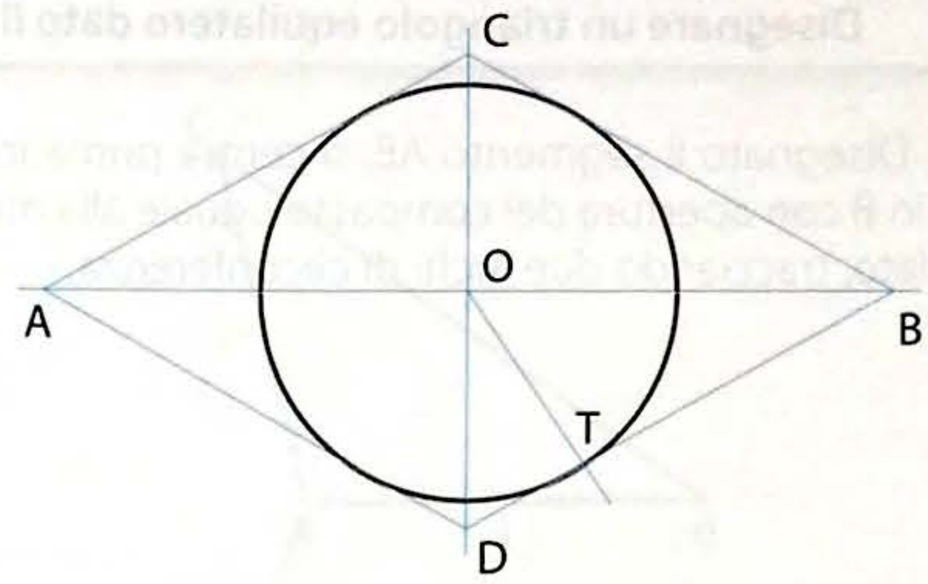


## 7 Inscrivere una circonferenza in un rombo

**1** Dato il rombo viene individuata l'origine O nell'intersezione delle diagonali AB e CD.



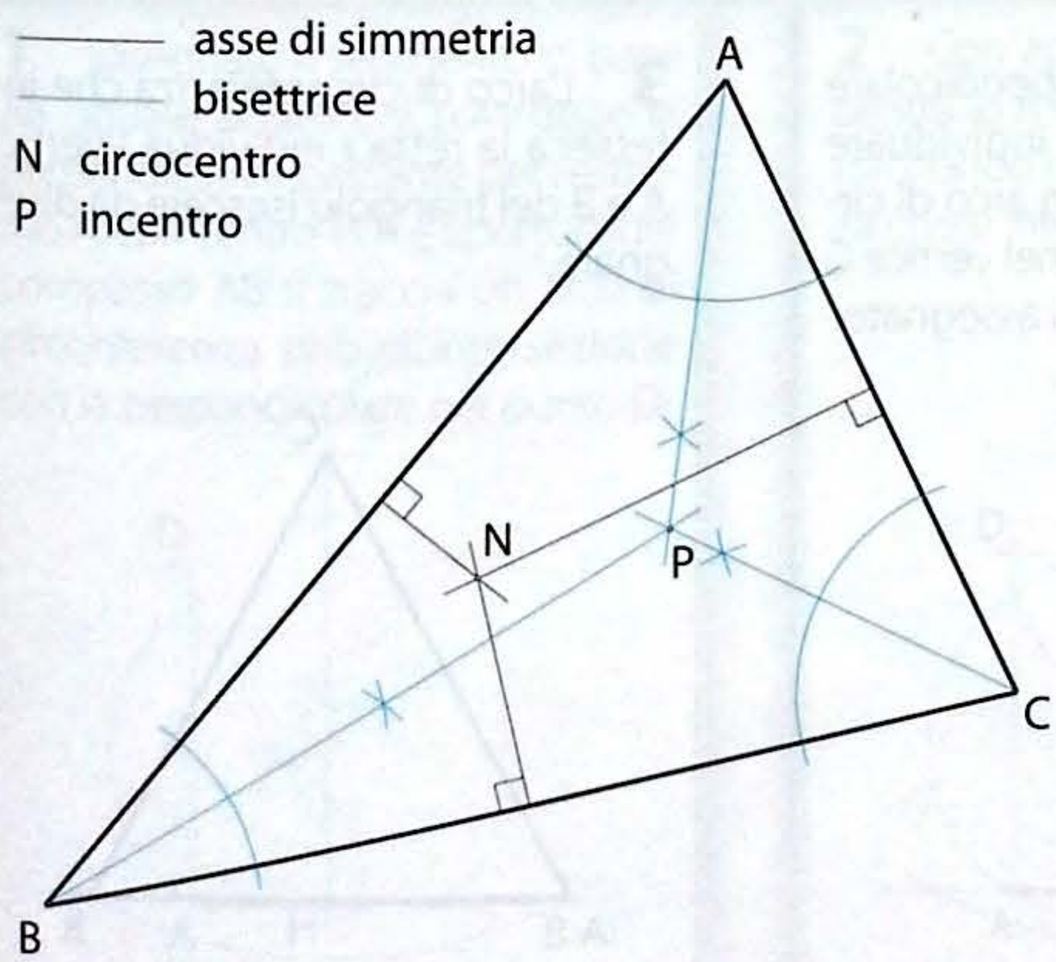
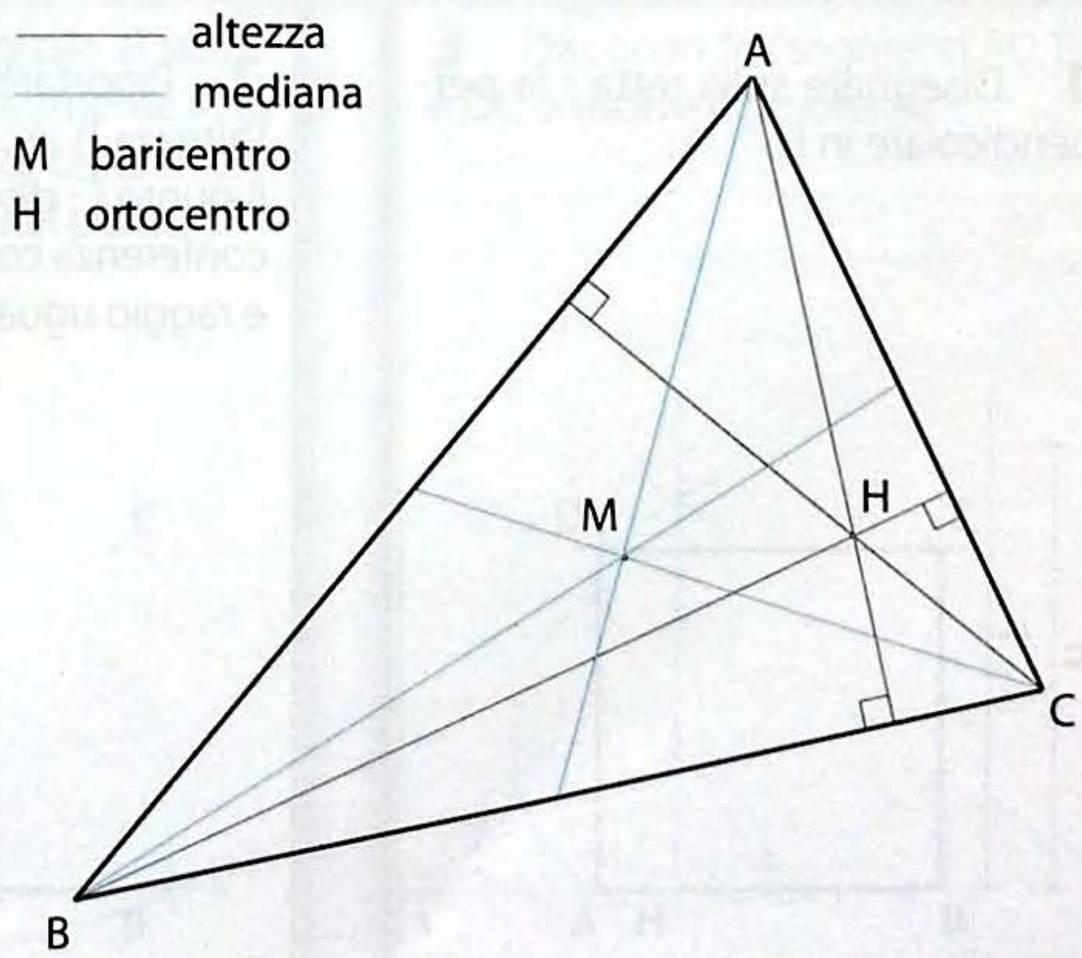

**2** Dall'origine O viene condotta la perpendicolare a un lato per individuare il punto T di tangenza della circonferenza inscritta.




# 3. TRIANGOLI

## TRIANGOLI

### Ricorda che...

Elementi significativi:

- **altezza**: è il segmento perpendicolare condotto da un vertice al lato opposto;
- **mediana**: è il segmento che unisce il punto medio di un lato con il vertice opposto;
- **baricentro** (M): è il punto generato dall'intersezione delle tre mediane;
- **ortocentro** (H): è il punto generato dall'intersezione delle tre altezze;
- **asse di simmetria**: è il luogo geometrico dei punti equidistanti dagli estremi dei lati;
- **bisettrice**: è la semiretta che suddivide un angolo in due parti uguali;
- **circocentro** (N): è il punto di intersezione dei tre assi di simmetria;
- **incentro** (P): è il punto di intersezione delle tre bisettrici.